

不使用 W 码情况下捕获 Y 码的相关算法及其快速实现

王竹

(兴唐通信科技有限公司, 北京 100020)

摘要: GPS 军用定位系统使用 P/Y 伪随机码进行捕获, 进而后续进行跟踪与解算。研究在不使用 W 码的情况下对 Y 码进行捕获的可行性方案。首先, 提出捕获方法的一种新的相关算法, 然后, 进行算法的仿真, 并与标准的相关算法进行比较, 说明新的相关算法的性能特点。最后, 提出了一种基于分段 FFT 的快速计算方法, 用来加速新的相关算法的计算。给出快速计算方法的正确性证明, 并使用 Matlab 仿真验证快速计算方法的高效性。

关键词: Y 码捕获; 相关算法; 快速傅里叶变换

中图分类号: TP311.134.3

文献标识码: A

New correlative algorithm and its fast implementation for the acquisition of Y-code without the use of W-code

WANG Zhu

(Xingtang Telecommunications Technology Co., Ltd., Beijing 100020, China)

Abstract: GPS military positioning system uses P/Y-code to capture signals and then go through tracking and navigation solution. The feasibility research on the acquisition of Y-code was given without the use of W-code. First the basis of the acquisition method was presented. Then, comparison with the standard correlative algorithm the simulation of the algorithm was given to show the characteristics of the new algorithm. At last a segment FFT-based fast implementation of the algorithm was proposed. The correctness of the fast implementation method was proved and Matlab was used to compare the fast implementation with the basic algorithm to show the high efficiency of the former method.

Key words: acquisition of Y-code, correlative algorithm, fast Fourier translate

1 引言

GPS 导航定位系统^[1]具有全球覆盖、连续/全天候、为高动态平台提供高精度定位的优点。GPS 系统为军民用户提供服务。对于民用用户^[2], GPS 系统提供免费的导航电文播发服务。对于军用用户^[3], GPS 系统提供授权的服务, 用加密后的 P 码^[4] (Y 码^[5]) 对导航电文进行调制, 在空间进行播发。GPS 接收机通过对所接收到的卫星信号与接收机内部产生的伪码进行相关运算, 检测相关函数的峰值, 从而实现 P/Y 码信号的捕获。

目前, 国内外关于 P/Y 码捕获的研究主要集中于传统的 GPS P/Y 码捕获^[6]、并行多通道 GPS P/Y

码捕获^[7]、利用 FFT^[8]对 GPS P/Y 码进行捕获^[9~12]等。以上所提到的对 GPS P/Y 码的各种捕获方法各有优缺点, 传统的 P/Y 码捕获方法先捕获短伪码, 进而捕获 P/Y 码, 这种方法最节省时间和资源。然而, 其抗干扰性能从相对比较差。并行多通道捕获 P/Y 码方法使用大量的相关器在接收机内进行并行运算, 从而实现信号的捕获。但它是牺牲大量的硬件资源为代价的, 在捕获卫星信号时, 也无法对宽带干扰信号进行抑制。采用 FFT 对 P/Y 码信号进行捕获, 将相关运算转化为快速傅里叶变换, 加快捕获的速度, 在频域可以对窄带信号加以消除, 大大提高了接收机的抗干扰性能。因此, 采用这种方法, 是捕获 P/Y 码的一个发展方向。

由于信息安全保密的要求，GPS 接收机上不应保存密码 W 码和加密后的 Y 码，只能产生未加密的 P 码。传统的在接收机上使用 Y 码来与空间信号中的 Y 码进行相关求峰值的方法不能使用。本文研究了接收机上在不使用 W 码的情况下对 Y 码进行捕获的可行性方案，提出了一种在接收机上使用 P 码与 Y 码进行相关运算的新相关算法，以实现 Y 码的捕获。通过实验仿真了新相关算法的相关特性。由于 P 码长度较长，本文提出了一种上述算法的快速计算方法来实现大数据量的快速运算。

2 用于 Y 码捕获的相关算法

2.1 Y 码捕获算法

在研究军用 Y 码的捕获之前，首先，来看一下民用的 C/A 码捕获方式。标准的 C/A 码捕获使用本地产生的 C/A 码与空间信号进行相关。由于 C/A 码具有强自相关、低互相关特性，所以可以在本地 C/A 码与空间信号 C/A 码对齐时产生相关峰值，超过判决阈值，从而实现 C/A 码的捕获。

这种由本地产生于空间信号相同伪代码进行相关运算的捕获方式对于 P/Y 码的捕获难以实现。其原因在于，为安全性考虑，加密后的 Y 码不可以出现在接收机上，以保证密码信息不泄露。这样，接收机上便没有与空间信号相同的加密后的 Y 码，只能产生未加密的 P 码，从而难以完成相同信号的相关运算。

为了在不使用 W 码的情况下依然实现 Y 码的捕获，本文提出了一种新的相关算法。在本地产生与加密前的 P 码相同的伪码，使用本地 P 码与空间的 Y 码进行相关运算，也可以产生相关峰值，进而实现使用 P 码对 Y 码进行捕获。下面介绍相关算法的细节。

Y 码是伪码 P 码与密码 W 码的异或。

$$P \oplus W = Y \quad (1)$$

值得注意的是，P 码是金码，自相关特性较好，W 码不是金码。为了不过多地破坏 P 码的相关特性，W 码的速率比较慢，通常为 P 码的 $\frac{1}{r}$ ，即 P 码速率是 W 码速率的 r 倍。这样，在使用 W 码对 P 码进行加密时，每一位 W 码加密 r 个 P 码。P 码与 W 码的对应关系如图 1 所示。

在图 1 中，每个 W 码为 r 个 P 码进行加密，W 码的速率是 P 码速率的 $\frac{1}{r}$ 。

P:	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
W:	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1

r 个

图 1 P 码与 W 码的关系

基于上面的分析，可以看到 W 码会连续改变（对应 W 码为 1）或不改变（对应 W 码为 0）P 码的 r 个码片。如果 P 码的 r 个连续码片被修改，则这些码片实际上取反。这样，P 码的双极性码与加密后的 Y 码双极性码对应码片对齐相乘后就会得到 r 个 -1。求和后得到 $-r$ 。这样的连续片段求相关的结果相加后会导致若干个 r 与 $-r$ 正负抵消，无法得到相关峰值。但是，如果把分段求和的结果取绝对值后再相加，则会得到与 P 码和 P 码对齐相乘求和相同的结果。基于此，设计了新的相关算法，使用 P 码捕获 Y 码。

设截取的 P 码长度为 N ，P 码速率是 W 码速率的 r 倍。计算序列 x 和 y 的新相关算法为

$$newcorr(n) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left| \sum_{j=ir}^{ir+r-1} x(j)y(j-n) \right| \quad (2)$$

可以看到，式(2)将 x 与 y 对应的连续 r 个码片相乘取和后求了绝对值，再将所有绝对值相加，得到新的相关结果。如果 P 码和 Y 码对齐，用 P 码和 Y 码做相关，则 W 码增加的连续改变 P 码符号的功能在连续 r 位累加并取绝对值后效果就不存在了，相当于 P 码和 P 码对齐做相关。所以可以看到，当 P 码和 Y 码对齐时，二者的相关结果为 1。当 P 码和 Y 码未对齐时，在连续 r 位累加过程中，会有 +1 与 -1 相抵消的情况，导致相关结果小于 1。但由于新的相关结果为绝对值的和，所以其相关结果仍然非负。

2.2 Y 码捕获算法实验验证

本节将给出新的相关函数的实验特性，包括 P 码自相关特性、P 码与 Y 码的相关特性及与标准相关函数的比较、参数 r 的作用、参数 N 的作用等。

2.2.1 使用标准算法和新算法计算 P 码的自相关函数

实验中取 $N=10\ 000$ ， $r=20$ ，使用标准算法和新算法计算 P 码的自相关函数，如图 2 所示。比较图 2(a)和图 2(b)，可以看到，P 码的标准自相关可能出现负值，而 P 码的新自相关函数全部为正值。在 $n=0$ （即 P 码正好对齐）时，标准算法和新算法都取最大值 1。这说明 P 码的标准相关函数和新相关函数均有较好的自相关特性。

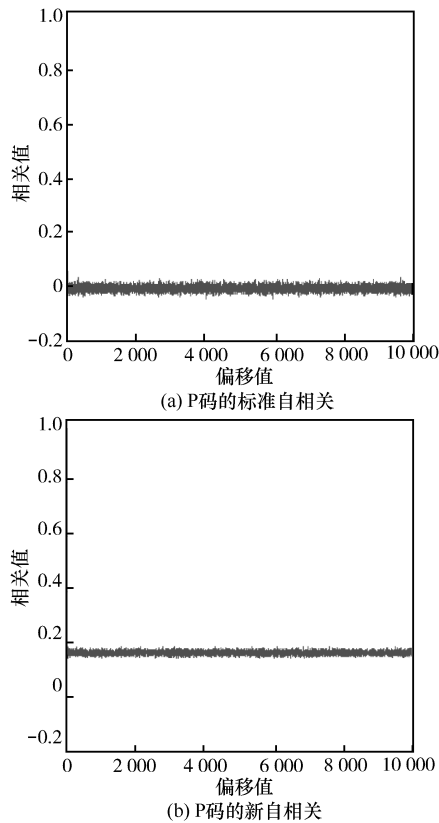


图2 使用标准算法和新算法计算 P 码的自相关函数

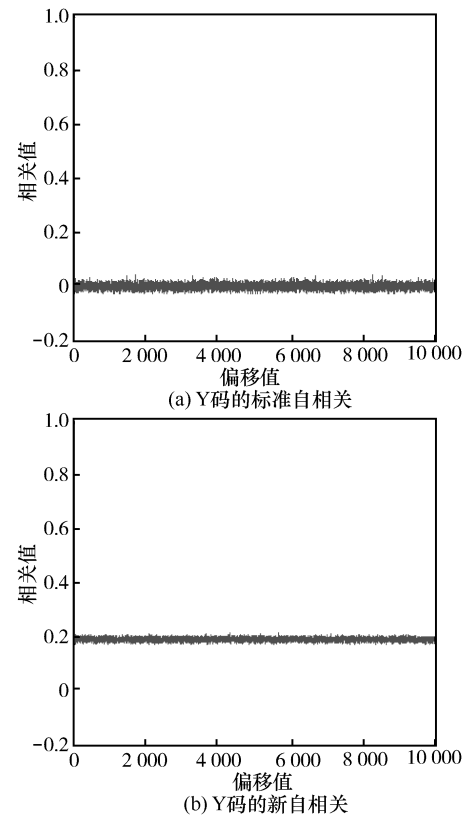


图3 使用标准算法和新算法计算 Y 码的自相关函数

2.2.2 使用标准算法和新算法计算 Y 码的自相关函数

实验中取 $N=10\ 000$, $r=20$, 使用标准算法和新算法计算 Y 码的自相关函数, 如图 3 所示。比较图 3(a)和图 3(b)可以看到, Y 码的情况与 P 码类似, 标准自相关可能出现负值, 而新自相关函数全部为正值。在 $n=0$ (即 Y 码正好对齐) 时, 标准算法和新算法都取最大值 1。这说明 Y 码的标准相关函数和新相关函数均有较好的自相关特性。

2.2.3 使用标准算法和新算法计算 P 码与 Y 码的相关函数

实验中取 $N=10\ 000$, $r=20$, 使用标准算法和新算法计算 P 码与 Y 码的相关函数, 如图 4 所示。比较图 4(a)和图 4(b), 可以看到, 由于 W 码的加入, P 码与 Y 码的标准相关函数在 0 附近波动, 没有出现强烈的峰值, 相关特性较差。与之相反, P 码与 Y 码的新相关函数在 P 码与 Y 码对齐时出现了大小为 1 的峰值, 在其他点远小于 1, 表现了较好的相关特性, 说明了新相关算法具有较好的相关特性, 能够准确地找出 P 码与 Y 码对齐时的峰值, 进而通过阈值筛选出 P 码与 Y 码对齐的时刻, 完成捕获过程。

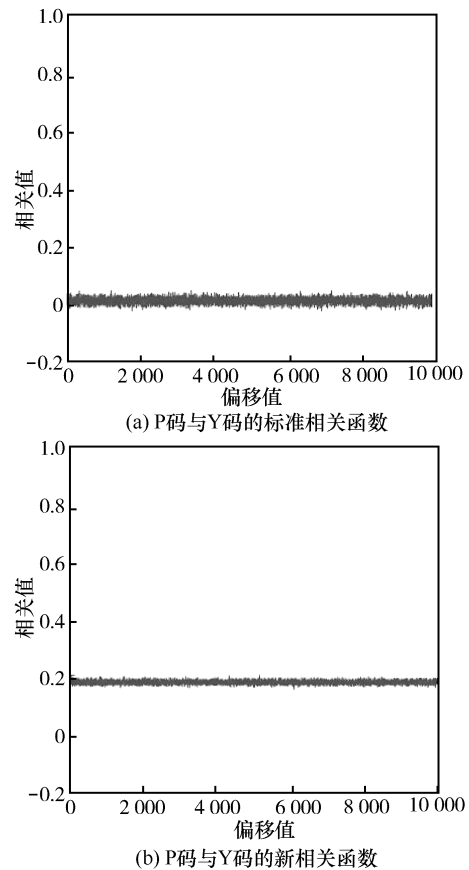


图4 使用标准算法和新算法计算 P 码与 Y 码的相关函数

2.2.4 使用标准算法和新算法计算 Y 码与 P 码的相关函数

实验中取 $N=10\ 000$, $r=20$, 使用标准算法和新算法计算 Y 码与 P 码的相关函数, 如图 5 所示。比较图 5(a)图 5(b), 可以看到, Y 码与 P 码的相关和 P 码与 Y 码的相关情况类似: 由于 W 码的加入, Y 码与 P 码的标准相关函数在 0 附近波动, 没有出现强烈的峰值, 相关特性较差。与之相反, Y 码与 P 码的新相关函数在 Y 码与 P 码对齐时出现了大小为 1 的峰值, 在其他点远小于 1, 表现了较好的相关特性, 说明了新相关算法具有较好的相关特性, 能够准确地找出 Y 码与 P 码对齐时的峰值, 进而通过阈值筛选出 Y 码与 P 码对齐的时刻, 完成捕获过程。

2.2.5 参数 r 的作用

本实验希望检查 P 码与 W 码的速率比 r 对相关函数的影响。实验中 $N=10\ 000$, r 分别取 2、5、10、20、50、100、200、500、1 000、2 000、5 000、10 000, 使用新相关算法计算 P 码与 Y 码的相关函数, 如图 6 所示。比较图 6(a)~图 6(c), 可以看到, 在使用新

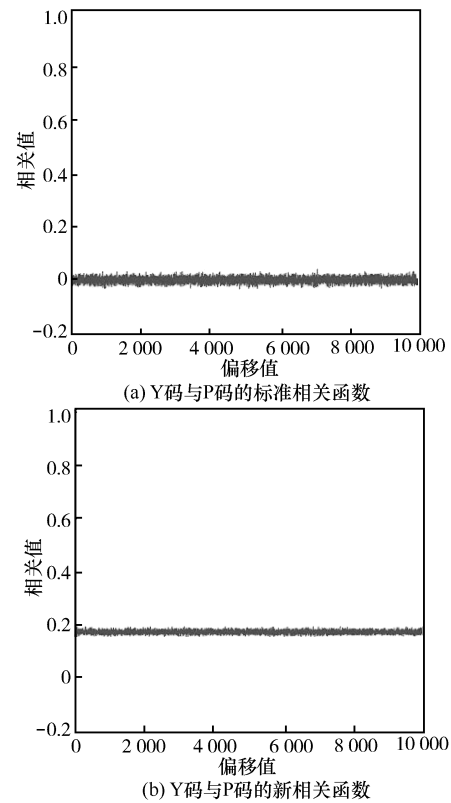


图 5 使用标准算法和新算法计算 Y 码与 P 码的相关函数

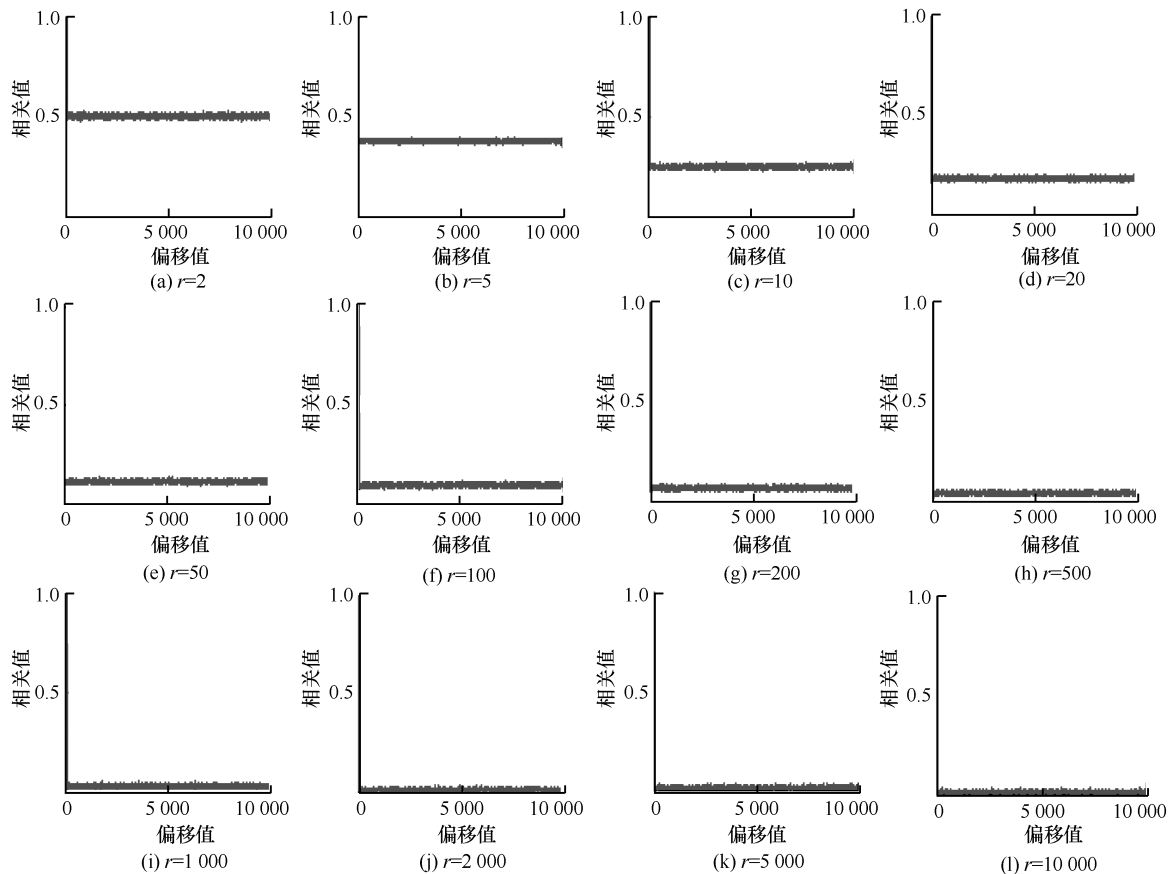


图 6 r 取不同值时 P 码与 Y 码的相关函数

的相关算法的前提下，P 码与 Y 码的相关在 $n=0$ 处（对齐时）最大，均为 1。对比不同的 r 可以发现， r 越大，P 码和 Y 码的相关函数的旁瓣值越小，相关特性越好。

下面给出了 r 和 P 码 Y 码相关函数旁瓣平均值之间的关系，如图 7 所示。

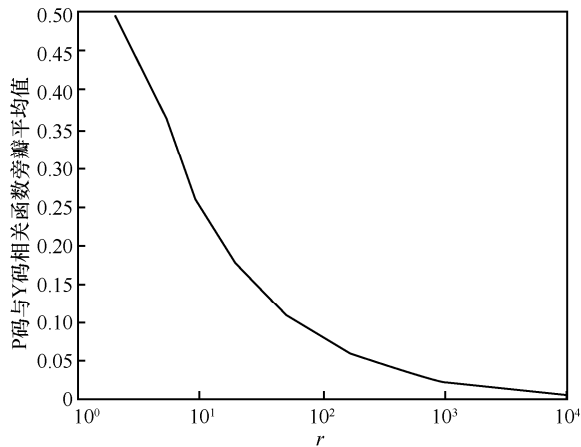


图 7 r 取不同值时 P 码与 Y 码的相关函数旁瓣平均值

图 7 中横坐标是 r 的值，纵坐标是 P 码与 Y 码的相关函数旁瓣平均值。图 7 更直接地说明了 r 与

相关旁瓣值的关系：P 码和 W 码的速率比越大，P 码和 Y 码的相关函数的旁瓣值越小，相关特性越好。这表明密码对 P 码起到了保护的作用：密码速率越快，保护作用越强；同时，密码也破坏了 P 码的相关特性：密码速率越快，加密后的 P 码相关特性越差。在设计密码系统时，应综合考虑密码产生的影响，在密码保护功能和相关特性之间取一个折中。

2.2.6 参数 N 的作用

本实验希望检验相关计算码长 N 对相关函数的影响。实验中取 $r=20$ ， N 分别取 1 000、10 000、100 000 和 1 000 000。使用新相关算法计算 P 码与 Y 码的相关函数，如图 8 所示。

比较图 8(a)~图 8(d)，可以看到，在使用新的相关算法的前提下，P 码与 Y 码的相关在 $n=0$ 处（对齐时）最大，均为 1。对比不同的 N 可以发现，对不同的 N ，相关函数的旁瓣均值基本不变，但 N 越大，旁瓣的方差越小。

3 新的 Y 码捕获相关函数的快速计算方法

3.1 新相关函数的快速计算法

第 2 节给出了 Y 码捕获的新相关函数。新的相

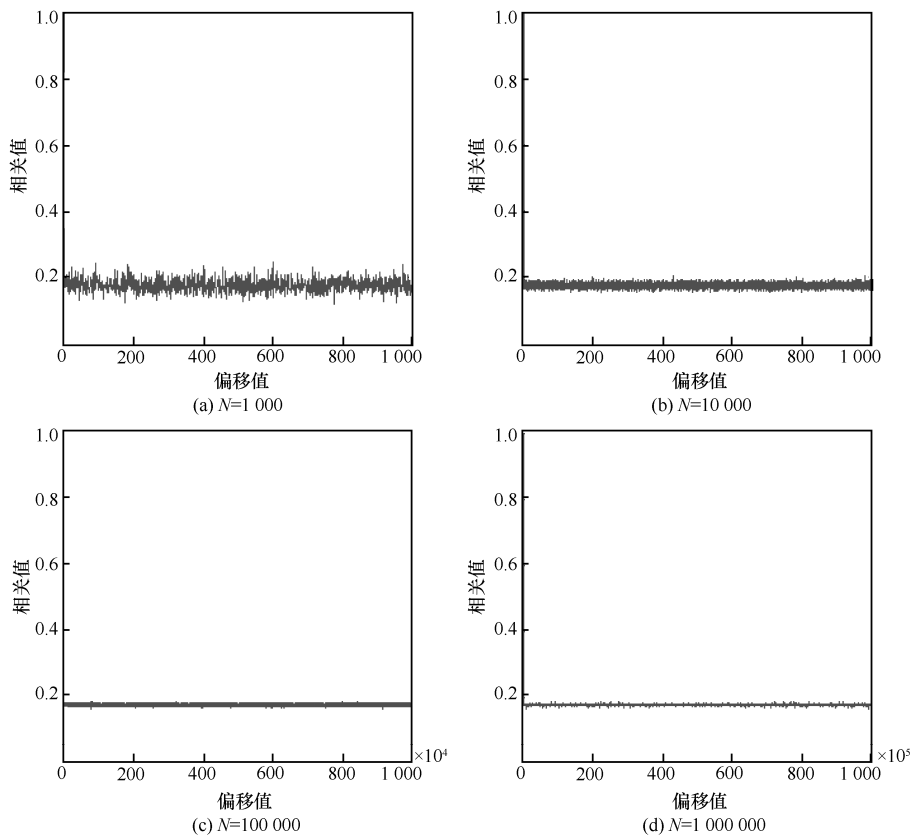


图 8 N 取不同值时 P 码与 Y 码的相关函数

关函数使用错位相乘，分段相加求模再相加的计算方法（即为标准计算方法），速度较慢。本节给出该标准计算方法的快速计算方法。

快速计算方法采用快速傅里叶变换作为基础，实现相关运算的高效计算。在计算长度为 N ，P/W 参数为 r 的 x 序列与 y 序列的新相关函数时，快速计算方法为

$$newfftcorr(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{\frac{N}{r}-1} \left| \text{ifft} \left(\text{fft}(x_s) \overline{\text{fft}(y)} \right) \right|$$

$$\text{其中, } x_s(j) = \begin{cases} x(j), & ir \leq j < (i+1)r \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \overline{\text{fft}(Y)} \text{ 是序列 } y$$

的快速傅里叶变换的复共轭。

下面给出快速计算方法的计算结果就是新相关算法的计算结果的证明。

$$\begin{aligned} newcorr(n) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{\frac{N}{r}-1} \left| \sum_{j=ir}^{ir+r-1} x(j) y(j-n) \right| \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{\frac{N}{r}-1} \left| \sum_{j=0}^N x_s(j) y(j-n) \right| \end{aligned}$$

$$\text{其中, } x_s(j) = \begin{cases} x(j), & ir \leq j < (i+1)r \\ 0, & \text{其他} \end{cases}.$$

$$\text{定义 } z_s(n) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N x_s(j) y(j-n), \text{ 对 } z_s \text{ 取离散傅}$$

里叶变换

$$\begin{aligned} Z_s(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} z_s(n) e^{-\frac{2\pi jkn}{N}} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N-1} x_s(m) y(m-n) e^{-\frac{2\pi jkn}{N}} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x_s(m) e^{-\frac{2\pi jkm}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} y(m-n) e^{-\frac{2\pi jk(m-n)}{N}} \\ &= \frac{1}{N} X(k) \overline{Y(k)} \end{aligned}$$

其中， X 、 Y 分别是 x 和 y 的离散傅里叶变换。

$$\text{于是 } z_s = \frac{1}{N} \text{ifft} \left(\text{fft}(x) \overline{\text{fft}(y)} \right).$$

则

$$\begin{aligned} newcorr(x, y) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{\frac{N}{r}-1} \left| \sum_{j=0}^N x_s(j) y(j-n) \right| \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{\frac{N}{r}-1} \left| Nz_s(n) \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{\frac{N}{r}-1} \left| \text{ifft} \left(\text{fft}(x_s) \overline{\text{fft}(y)} \right) \right| \\ &= newfftcorr(x, y) \end{aligned}$$

证毕。

3.2 新相关函数的快速算法实验

本节将给出快速计算方法的实验特性。包括快速计算方法耗时与 N 的关系和快速计算方法耗时与 r 的关系。

3.2.1 快速计算耗时与 N 的关系

实验中取 $r=20$ ， N 分别取 1 000、2 000、5 000、10 000、20 000、50 000、100 000、200 000、500 000、1 000 000，使用新相关算法的标准计算方法和快速计算方法分别计算新相关函数并记录计算的时间。如图 9 所示。

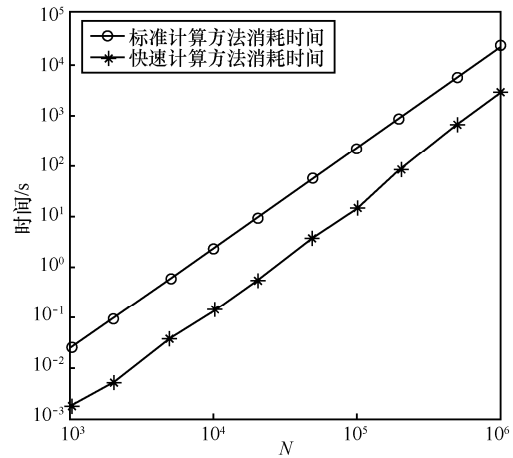


图 9 计算耗时与 N 的关系

从图 9 中可以看到，标准计算方法耗时和快速计算方法耗时均随着 N 的增长而增加，但快速计算方法的耗时明显小于标准计算方法。快速计算方法的计算时间约比标准计算方法低一个数量级。

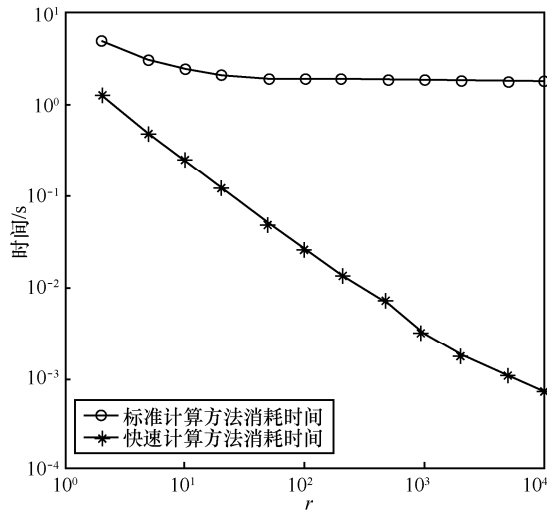
3.2.2 快速计算耗时与 r 的关系

实验中取 $N=10\ 000$ ， r 分别取 2、5、10、20、50、100、200、500、1 000、2 000、5 000、10 000，使用新相关算法的标准计算方法和快速计算方法分别计算相关函数并记录计算的时间。如图 10 所示。

从图 10 中可以看到，标准计算方法耗时和快速计算方法耗时均随着 r 的增长而减小，但快速计算方法的耗时明显小于标准计算方法。

4 结束语

本文分析了 GPS 接收机捕获 Y 码的特性要求，

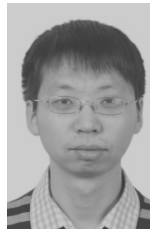
图 10 计算耗时与 r 的关系

设计了一种在接收机上没有 W 码时捕获 Y 码的相关算法, 并给出了该相关函数的快速计算方法。实验表明, 本文的新相关函数具有较好的 PY 相关特性, 有利于实现 Y 码的捕获。P 码与 Y 码的相关特性随着密码速率的降低逐渐提升, 说明密码在保护 P 码的同时减弱了 P 码的相关性。进一步的实验表明所提新相关算法快速计算方法能够有效地降低计算时间, 提升算法的效率。

参考文献:

- [1] ENGE P K. The global positioning systems: signals, measurements, and performance[J]. International Journal of Wireless Information Networks, 1994, 1(2): 83-105.
- [2] SHIRER H O. Preparing now for the future: U.S. civil radionavigation policy and planning[C]//IEEE Position Location and Navigation Symposium. 1998: 69-76.
- [3] CLARK B A. GPS military land navigation and strategy impacts[C]//IEEE Position Location and Navigation Symposium. 1996: 381-384.
- [4] LI H, LU M, CUI X, et al. Generalized zero-padding scheme for direct GPS P-code acquisition[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(6): 2866-2871.
- [5] VITTORINI L D. Direct-Y and its impact on user equipment technology[C]//IEEE Position Location and Navigation Symposium. 1998: 218-227.
- [6] PARKINSON B, SPILKER J J, AXELRAD P, et al. Global positioning system: theory and applications[M]. Washington DC: The American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 1996.
- [7] WOLFERT R, CHEN S, KOHLI S, et al. Direct P(Y)-code acquisition under a jamming environment[C]//IEEE Position Location and Navigation Symposium. Palm Springs, CA, 1998: 228-235.
- [8] BRIGHAM E O. The fast Fourier transform[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1974.
- [9] YANG C, VASQUEZ J, CHAFFEE J. Fast direct P(Y)-code acquisition using XFAST[C]//International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation. Nashville, USA, 1999. 317-324.
- [10] YANG C, CHAFFEE J, ABEL J, et al. Extended replica folding for direct acquisition of GPS P-code and its performance analysis[C]//International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation. Salt Lake City, USA, 2000: 2070-2078.
- [11] 张琳, 初海彬, 张乃通. 卫星导航信号长码快速直接捕获算法研究[J]. 通信学报, 2007, 28(3): 120-124.
ZHANG L, CHU H B, ZHANG N T. Research on fast direct acquisition method of satellite navigation signal[J]. Journal on Communications, 2007, 28(3): 120-124.
- [12] LI H, LU M, FENG Z. Direct GPS P-code acquisition method based on FFT[J]. Tsinghua Science and Technology, 2008, 13(1): 9-16.

作者简介:



王竹 (1987-), 男, 北京人, 博士, 兴唐通信科技有限公司工程师, 主要研究方向为计算机网络、信息安全等。